Transformación Digital y Conocimiento /julio-diciembre 2026/ Vol. 4, - No. 2
Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

Razonamiento covariacional y comprensión de funciones en bachillerato

Covariational reasoning and understanding of functions in upper secondary education

RESUMEN

El razonamiento covariacional constituye una capacidad fundamental para comprender las funciones matemáticas, debido a que permite interpretar cómo cambia una cantidad en relación con la variación de otra. Sin embargo, en Bachillerato, el aprendizaje de las funciones suele abordarse mediante procedimientos algebraicos, sustitución de valores y construcción de gráficas, sin profundizar suficientemente en el significado de las relaciones entre variables. El objetivo de este artículo es analizar, desde una perspectiva didáctica, la contribución del razonamiento covariacional a la comprensión conceptual de las funciones en estudiantes de Bachillerato. Se desarrolló una revisión documental de enfoque cualitativo y alcance descriptivo-analítico, basada en investigaciones recientes sobre pensamiento funcional, covariación, representaciones matemáticas y enseñanza de funciones. Los hallazgos revisados permiten identificar que comprender una función implica coordinar cambios, reconocer patrones de variación, interpretar tasas de cambio y establecer conexiones entre situaciones contextualizadas, tablas, gráficas y expresiones algebraicas. Asimismo, se reconoce que las herramientas digitales de representación dinámica pueden favorecer la visualización de relaciones funcionales cuando se acompañan de preguntas que exigen anticipar, explicar y justificar. Se concluye que el razonamiento covariacional debe incorporarse de manera progresiva en la enseñanza de Matemática, pues contribuye a superar una comprensión exclusivamente procedimental y fortalece la interpretación, modelación y argumentación matemática.

PALABRAS CLAVE: razonamiento covariacional; funciones matemáticas; pensamiento variacional; Bachillerato; educación matemática.

ABSTRACT

Covariational reasoning is a fundamental ability for understanding mathematical functions because it enables students to interpret how one quantity changes in relation to another. However, in upper secondary education, the teaching of functions often emphasizes algebraic procedures, value substitution, and graph construction without sufficiently addressing the meaning of relationships between variables. This article aims to analyze the contribution of covariational reasoning to the conceptual understanding of functions among upper secondary students. A qualitative documentary review with a descriptive-analytical scope was conducted, drawing on recent research concerning functional thinking, covariation, mathematical representations, and the teaching of functions. The reviewed findings indicate that understanding a function involves coordinating changes, identifying variation patterns, interpreting rates of change, and connecting contextual situations with tables, graphs, and algebraic expressions. Furthermore, dynamic digital representation tools may support the visualization of functional relationships when accompanied by questions that require students to predict, explain, and justify their reasoning. It is concluded that covariational reasoning should be progressively incorporated into mathematics instruction, as it helps move beyond procedural understanding and strengthens mathematical interpretation, modeling, and argumentation.

KEYWORDS: covariational reasoning; mathematical functions; variational thinking; upper secondary education; mathematics education.

TRANSFORMACIÓN DIGITAL Y CONOCIMIENTO

Recepción: *10/11/2026*
Aceptación: *22/11/2026*
Publicación: *31/12/2026*

AUTOR/ES

MSc. Arias Jiménez Erwin Alberto
MSc. Murillo Malagon Danilo Wladimir
MSc. Arias Jiménez Carlos Manuel
MSc. Vecilla Mayorga Nancy Fatima

josed.carpio@docentes.educacion.edu.ec
letty.viteri@docentes.educacion.edu.ec
fatima.espin@docentes.educacion.edu.ec
pablo.montero@docentes.educacion.edu.ec

UE Adolfo Jurado Gonzalez
UE Adolfo Jurado Gonzalez
UE Adolfo Jurado Gonzalez

Los Rios - Ecuador
Los Rios - Ecuador
Los Rios - Ecuador
Los Rios - Ecuador

CITACIÓN:
Arias, E. Murillo, D. Arias, C. & Vecilla, N. (2026). Razonamiento covariacional y comprensión de funciones en bachillerato. Revista InnovaSciT. *4 (2,). p. 2107 – 2121.*

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

INTRODUCCIÓN

La comprensión de las funciones representa uno de los aprendizajes centrales de la educación matemática en Bachillerato, porque permite establecer relaciones entre cantidades, describir fenómenos de cambio y construir modelos para interpretar situaciones del entorno. Su importancia no se limita al dominio del lenguaje algebraico, sino que se extiende al desarrollo del pensamiento lógico, la interpretación de información cuantitativa y la resolución de problemas vinculados con otras áreas del conocimiento. En Matemática, Física, Economía y Ciencias Naturales, las funciones constituyen herramientas para explicar cómo se modifica una magnitud cuando otra experimenta una variación.

No obstante, el aprendizaje escolar de este contenido presenta dificultades cuando la enseñanza se concentra en identificar variables, reemplazar valores en una expresión y representar pares ordenados en el plano cartesiano. Aunque estos procedimientos son necesarios, no garantizan que el estudiante comprenda la relación funcional que los articula. Un alumno puede calcular correctamente \(f(3)\) o construir una gráfica a partir de una tabla y, al mismo tiempo, tener dificultades para explicar qué representa el crecimiento de la función, por qué una variable aumenta mientras otra disminuye o qué significado tiene la pendiente en una situación determinada.

En este escenario, el razonamiento covariacional adquiere especial relevancia. Este se refiere a la capacidad de reconocer, coordinar e interpretar los cambios simultáneos de dos cantidades relacionadas. Desde esta perspectiva, una función no se entiende únicamente como una regla que asigna un valor de salida a cada valor de entrada, sino también como una relación dinámica en la que es posible analizar cómo varía una cantidad conforme cambia la otra. Pittalis y Sajka (2026) destacan que el pensamiento funcional covariacional requiere reconocer la dirección del cambio, coordinar variaciones numéricas y distinguir entre tasas de cambio constantes y variables.

La investigación en educación matemática también ha señalado que la covariación constituye una dimensión importante de la comprensión conceptual. Bagossi et al. (2022) examinaron la covariación como manifestación de comprensión conceptual, mientras que Bagossi (2024) amplió el marco teórico mediante el análisis de relaciones de covariación de segundo orden. Estos aportes permiten considerar que la comprensión de una función requiere algo más que observar valores aislados: demanda interpretar patrones y relaciones entre cambios.

En Bachillerato, esta perspectiva resulta especialmente pertinente durante el estudio de funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y trigonométricas. Por ejemplo, cuando se

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

analiza el movimiento de un vehículo, el estudiante necesita comprender cómo cambia la distancia recorrida con respecto al tiempo; cuando se estudia el costo de producción, debe interpretar cómo varía el costo total en función de las unidades elaboradas; y cuando se representa un fenómeno periódico, debe reconocer cómo cambian simultáneamente la variable independiente y la dependiente. Estas situaciones permiten que el contenido matemático se relacione con fenómenos observables y cuantificables.

La incorporación de herramientas tecnológicas, como GeoGebra, puede ampliar las posibilidades de enseñanza al facilitar la manipulación de variables y la observación de cambios en las gráficas. Sin embargo, la visualización por sí sola no garantiza comprensión. Es necesario que el docente proponga actividades en las que los estudiantes anticipen resultados, comparen comportamientos, formulen explicaciones y justifiquen las relaciones identificadas. Wei et al. (2026) muestran la relevancia de considerar la dimensión corporal y dinámica del razonamiento covariacional, mientras que investigaciones recientes sobre funciones trigonométricas evidencian el potencial de las tareas dinámicas acompañadas de una secuencia didáctica planificada.

En el contexto ecuatoriano, el desarrollo del pensamiento variacional en Bachillerato requiere fortalecer la relación entre los contenidos algebraicos, la interpretación gráfica y la resolución de problemas. No se trata de sustituir el aprendizaje de procedimientos por actividades exclusivamente contextualizadas, sino de integrar ambos componentes para que los estudiantes comprendan qué representan las operaciones que realizan y en qué condiciones pueden aplicar los modelos matemáticos.

A partir de estas consideraciones, el objetivo del presente artículo es analizar la contribución del razonamiento covariacional a la comprensión de funciones matemáticas en Bachillerato, identificando sus fundamentos conceptuales, principales dificultades de aprendizaje y orientaciones didácticas para su desarrollo en el aula.

MATERIALES Y MÉTODOS

El artículo se desarrolló mediante una revisión documental de enfoque cualitativo y alcance descriptivo-analítico. Su propósito fue examinar aportes teóricos y resultados de investigaciones recientes relacionados con el razonamiento covariacional y la comprensión de funciones matemáticas en estudiantes de educación secundaria y Bachillerato.

La búsqueda bibliográfica consideró publicaciones difundidas entre 2021 y 2026 en revistas académicas y repositorios científicos. Se priorizaron artículos que abordaran la coordinación de variables, la interpretación de tasas de cambio, el pensamiento funcional, el uso de recursos digitales y la evaluación de la comprensión conceptual.

Los documentos seleccionados se analizaron mediante una matriz temática que permitió organizar la información en cinco categorías: fundamentos del razonamiento covariacional; relación entre covariación y comprensión de funciones; dificultades

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

conceptuales de los estudiantes; recursos y estrategias para la enseñanza; y evaluación del pensamiento funcional. Se consideraron especialmente los estudios desarrollados con estudiantes de secundaria, debido a su correspondencia con el nivel educativo abordado.

La revisión no constituye un metaanálisis ni una revisión sistemática bajo el protocolo PRISMA. Tampoco presenta resultados de una intervención aplicada en una institución educativa. Por tanto, las interpretaciones y orientaciones didácticas expuestas corresponden a una síntesis crítica de la literatura consultada y a su proyección hacia el contexto de Bachillerato ecuatoriano.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El razonamiento covariacional como fundamento del pensamiento funcional

El razonamiento covariacional permite comprender las relaciones funcionales desde una perspectiva dinámica. Su desarrollo implica identificar dos o más cantidades, reconocer que pueden cambiar simultáneamente y establecer cómo se relaciona la variación de una con la de otra. Esta capacidad supera la interpretación aislada de valores, porque dirige la atención hacia el comportamiento de las cantidades durante un proceso.

Bagossi et al. (2022) consideran que la covariación representa una forma de comprensión conceptual cuya evaluación requiere reconocer las características del razonamiento que el estudiante manifiesta al resolver situaciones de modelación. En su investigación, los autores señalan que no basta con verificar la obtención de un resultado numérico, puesto que es necesario identificar cómo se construyen las relaciones entre las cantidades involucradas.

Desde esta perspectiva, el concepto de función puede abordarse mediante dos aproximaciones complementarias. La primera corresponde a la función como correspondencia, en la cual cada valor del dominio se relaciona con un único valor de salida. La segunda entiende la función como un proceso de variación, en el que interesa analizar cómo cambia una cantidad cuando se modifica otra. Ambas aproximaciones son necesarias: la correspondencia permite establecer la estructura matemática, mientras que la covariación facilita interpretar su comportamiento.

Por ejemplo, en una función lineal como:

[f(x)=3x+2]

El estudiante no debería limitarse a sustituir valores de \(x\). También necesita reconocer que, cuando la variable independiente aumenta una unidad, la variable dependiente aumenta tres unidades. Esta interpretación permite identificar el significado de la pendiente y comprender la relación entre ambas cantidades.

La comprensión se profundiza cuando el estudiante puede explicar qué ocurre si el incremento de la variable independiente cambia, si la tasa de variación permanece constante o si la relación deja de ser lineal. En consecuencia, el razonamiento covariacional constituye

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

un puente entre la interpretación de situaciones reales y la formalización algebraica.

Coordinación de variables y niveles de razonamiento

La coordinación de variables no se desarrolla de manera inmediata. Los estudiantes pueden reconocer que dos cantidades están relacionadas, pero presentar dificultades para explicar cómo se modifican simultáneamente. En ocasiones, identifican valores iniciales y finales sin interpretar el proceso intermedio; en otras, describen el comportamiento de una variable sin considerar la modificación correspondiente de la segunda.

Wei et al. (2026), en un estudio realizado con 76 estudiantes de noveno grado, analizaron el razonamiento covariacional mediante actividades digitales que requerían movimientos coordinados de ambas manos. Los resultados mostraron mejoras significativas entre las mediciones iniciales y finales, lo que sugiere que las experiencias de coordinación y retroalimentación pueden contribuir a construir una comprensión más dinámica de las relaciones funcionales.

A partir de los aportes teóricos revisados, se pueden distinguir progresiones en la coordinación de variables: desde el reconocimiento de cambios asociados, pasando por la comparación de valores específicos, hasta la comprensión de variaciones continuas. Esta progresión permite identificar qué tipo de razonamiento manifiesta el estudiante y qué actividades pueden ayudarlo a avanzar.

Tabla 1

Niveles de desarrollo del razonamiento covariacional y manifestaciones en Bachillerato

Nivel de razonamiento	Característica principal	Manifestación del estudiante
Reconocimiento de cambios	Identifica que una cantidad se modifica cuando cambia otra.	Explica que al aumentar el tiempo también aumenta la distancia recorrida.
Coordinación de valores	Relaciona valores específicos de dos variables.	Completa una tabla con pares de tiempo y distancia.
Coordinación de incrementos	Compara cuánto cambia una variable respecto de otra.	Reconoce que por cada segundo se recorren tres metros.
Interpretación de variación continua	Comprende el comportamiento de las cantidades durante un intervalo.	Explica el crecimiento de una gráfica en diferentes tramos.
Análisis de tasas variables	Reconoce que la rapidez del cambio puede modificarse.	Diferencia el crecimiento constante de una función lineal del crecimiento no constante de una cuadrática.

Nota. Elaboración propia a partir de los aportes de Bagossi et al. (2022), Bagossi (2024)

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

y Wei et al. (2026). La tabla sintetiza manifestaciones didácticas y no constituye una escala psicométrica validada.

Esta progresión evidencia que la comprensión funcional requiere avanzar desde relaciones puntuales hacia interpretaciones globales. En el aula, el docente puede identificar estos niveles mediante preguntas como: ¿qué sucede con la segunda cantidad cuando aumenta la primera?, ¿cuánto cambia?, ¿el cambio se mantiene igual?, ¿cómo se observa ese comportamiento en la gráfica? Las respuestas permiten valorar no solamente el resultado, sino también la forma en que el estudiante interpreta la relación matemática.

Comprensión de funciones lineales y tasa de cambio constante

Las funciones lineales constituyen un escenario apropiado para iniciar el desarrollo del razonamiento covariacional, porque permiten analizar situaciones en las que dos cantidades varían de manera proporcional o presentan una tasa de cambio constante. Su estudio favorece la interpretación de la pendiente como una medida del cambio de la variable dependiente con respecto a la independiente.

Considérese el siguiente problema: un servicio de transporte cobra una tarifa inicial de dos dólares y tres dólares adicionales por cada kilómetro recorrido. La relación puede expresarse mediante:

[C(x)=3x+2]

Donde \(x\) representa los kilómetros recorridos y \(C(x)\) el costo total del servicio.

Tabla 2

Relación entre distancia recorrida y costo del servicio

Distancia (km)	Costo (USD)
0	2
1	5
2	8
3	11
4	14
5	17

Nota. Ejemplo didáctico de elaboración propia.

La interpretación covariacional permite reconocer que el costo aumenta tres dólares por cada kilómetro adicional, mientras que los dos dólares iniciales representan una cantidad fija que no depende de la distancia recorrida. El estudiante puede diferenciar así el valor inicial de la tasa de cambio.

El análisis no debe concluir con la construcción de la tabla o la sustitución de valores. Es necesario preguntar qué ocurriría si se recorren diez kilómetros, qué representa el número tres en la expresión algebraica y por qué la gráfica presenta una inclinación constante. Estas interrogantes contribuyen a relacionar la situación contextualizada con su representación

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

matemática. La comprensión de la tasa de cambio constante también permite introducir la pendiente como una relación entre incrementos:

[m=frac{Delta y}{Delta x}]

En este sentido, la pendiente deja de ser únicamente un número que se calcula mediante dos puntos y adquiere significado como razón de variación entre cantidades relacionadas.

Funciones no lineales y comprensión de tasas de cambio variables

El razonamiento covariacional adquiere mayor complejidad cuando se estudian funciones no lineales. A diferencia de las funciones lineales, en las cuales la tasa de cambio es constante, las funciones cuadráticas, exponenciales y trigonométricas presentan comportamientos variables que exigen interpretar la relación entre cantidades con mayor profundidad.

En una función cuadrática, por ejemplo:

[f(x)=x^2]

los incrementos de la variable dependiente no son iguales cuando la variable independiente aumenta en intervalos de una unidad. Para los valores de (x=1,2,3,4), los resultados son (1,4,9,16), respectivamente. Las diferencias entre los resultados son 3, 5 y 7. Por tanto, el estudiante debe reconocer que la función crece, pero no lo hace a una tasa constante.

Pittalis y Sajka (2026), al analizar las capacidades de pensamiento funcional covariacional en estudiantes de 13 a 16 años, identificaron cuatro capacidades relevantes: reconocer cualitativamente la dirección del cambio, coordinar numéricamente los cambios mediante el cálculo de la tasa constante, distinguir entre tasas constantes y variables, y desarrollar conciencia sobre la variabilidad de la tasa de cambio. Estos resultados son importantes para la enseñanza de funciones en los cursos de Bachillerato, pues muestran que comprender el crecimiento no equivale simplemente a identificar si una gráfica sube o baja.

En las funciones exponenciales, la dificultad se relaciona con comprender que la variación puede depender del valor que ya posee la cantidad. En un proceso de crecimiento poblacional o de reproducción de microorganismos, por ejemplo, el incremento no necesariamente es constante: puede aumentar conforme crece la cantidad inicial. Por ello, se requiere analizar la relación multiplicativa y no únicamente la diferencia entre valores consecutivos.

En las funciones trigonométricas, la comprensión exige reconocer comportamientos periódicos. Martínez-Sierra y Villadiego Franco (2025) estudiaron el desarrollo del razonamiento covariacional en funciones seno y coseno mediante tareas dinámicas apoyadas en GeoGebra. Sus resultados evidenciaron trayectorias de aprendizaje diferentes entre los estudiantes y destacaron la importancia de secuenciar las actividades, proporcionar apoyos explícitos y utilizar representaciones dinámicas para comprender la variación continua.

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

En consecuencia, el abordaje de funciones no lineales debe promover la comparación entre diferentes comportamientos. El estudiante necesita explicar cuándo una función crece más rápidamente, cuándo disminuye, en qué intervalos cambia su tendencia y qué significado tiene la variación en el fenómeno representado.

Representaciones múltiples en la comprensión de funciones

Una de las dificultades recurrentes en el aprendizaje de funciones es la desconexión entre sus diferentes representaciones. Los estudiantes pueden resolver ejercicios algebraicos, completar tablas o ubicar puntos en el plano cartesiano, pero no siempre logran establecer relaciones entre estos registros.

La comprensión funcional requiere articular al menos cuatro formas de representación:

- **Representación verbal:** describe la relación entre las cantidades mediante el lenguaje cotidiano.
- **Representación tabular:** organiza pares de valores que muestran la correspondencia entre variables.
- **Representación gráfica:** permite observar tendencias, intervalos de crecimiento, decrecimiento y comportamientos globales.
- **Representación algebraica:** expresa la relación mediante símbolos y operaciones matemáticas.

Estas representaciones no son equivalentes en cuanto a la información que destacan. Una tabla permite comparar valores específicos; una gráfica facilita observar tendencias; una expresión algebraica muestra la estructura de la relación; y una descripción verbal permite explicar su significado en un contexto.

Altindis (2025) analiza la relación entre el razonamiento cuantitativo, el razonamiento matemático y la comprensión de funciones en estudiantes de secundaria. Sus resultados señalan que algunos estudiantes se apoyan principalmente en procedimientos, mientras que otros desarrollan estrategias de razonamiento más flexibles. El estudio destaca que las dificultades para distinguir diferentes formas de crecimiento pueden limitar la construcción de una comprensión funcional profunda.

Por ello, una actividad didáctica pertinente consiste en presentar una situación contextualizada y solicitar que los estudiantes construyan una tabla, elaboren una gráfica, propongan una expresión algebraica y expliquen la relación entre las representaciones. La actividad permite reconocer si comprenden la función como una relación integrada o si solamente ejecutan procedimientos independientes.

Uso de herramientas digitales para favorecer la covariación

Los recursos digitales pueden apoyar la enseñanza del razonamiento covariacional porque permiten modificar valores, observar cambios simultáneos y analizar el comportamiento de las gráficas. Herramientas como GeoGebra facilitan la exploración de

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

funciones mediante deslizadores, puntos móviles y representaciones dinámicas.

Sin embargo, la incorporación de tecnología no debe confundirse con el desarrollo automático de la comprensión matemática. Una gráfica dinámica puede resultar atractiva, pero si el estudiante se limita a observarla sin anticipar resultados o formular explicaciones, su participación puede mantenerse en un nivel superficial.

Wei et al. (2026) muestran que las experiencias digitales que integran acciones coordinadas, retroalimentación y representación matemática pueden contribuir al desarrollo del razonamiento covariacional. De manera complementaria, Martínez-Sierra y Villadiego Franco (2025) evidencian que los recursos dinámicos pueden apoyar el estudio de funciones trigonométricas cuando se articulan con tareas organizadas de forma progresiva.

En el aula de Bachillerato, el uso de GeoGebra puede orientarse mediante actividades como modificar la pendiente de una función lineal y anticipar cómo cambia su inclinación; variar los parámetros de una función cuadrática y observar las modificaciones de su gráfica; o desplazar un punto sobre la circunferencia unitaria para relacionar el ángulo con las variaciones de las funciones seno y coseno.

La mediación docente resulta indispensable para convertir la manipulación tecnológica en una oportunidad de razonamiento. Las preguntas deben orientar la atención hacia la relación entre variables, la tasa de cambio, la continuidad y el significado de los parámetros.

Dificultades de aprendizaje relacionadas con el razonamiento covariacional

Las dificultades en la comprensión de funciones no se explican exclusivamente por errores de cálculo. También se relacionan con las formas en que los estudiantes conceptualizan las variables, interpretan los cambios y conectan las representaciones matemáticas.

Entre las dificultades más relevantes se encuentran:

1. **Interpretación estática de las variables.** El estudiante identifica valores independientes, pero no comprende que ambas cantidades pueden variar simultáneamente.
2. **Confusión entre crecimiento y tasa de crecimiento.** Reconoce que una función aumenta, pero no distingue si lo hace a una velocidad constante o variable.
3. **Lectura fragmentada de gráficas.** Interpreta puntos aislados sin comprender el comportamiento global de la curva.
4. **Dependencia de procedimientos algebraicos.** Resuelve operaciones mediante fórmulas memorizadas, sin explicar el significado de los resultados.
5. **Dificultad para cambiar de representación.** Presenta problemas al traducir una situación verbal a una tabla, una gráfica o una expresión algebraica.
6. **Interpretación limitada de parámetros.** No relaciona los coeficientes de una expresión con el comportamiento de la función.

Bagossi et al. (2022) advierten que el razonamiento covariacional es una forma compleja de comprensión conceptual y que su evaluación no puede reducirse a instrumentos

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

centrados exclusivamente en respuestas mecánicas. En consecuencia, las actividades de evaluación deben permitir que el estudiante explique cómo construye las relaciones y por qué considera que una representación describe determinada situación.

Tabla 3

Dificultades frecuentes y orientaciones didácticas para su tratamiento

Dificultad identificada	Posible manifestación	Orientación didáctica
Interpretación estática	Analiza valores separados sin relacionarlos.	Utilizar situaciones donde dos cantidades cambien simultáneamente.
Confusión sobre la tasa de cambio	Considera iguales todos los tipos de crecimiento.	Comparar funciones lineales y cuadráticas mediante tablas y gráficas.
Lectura fragmentada de gráficas	Interpreta puntos, pero no tendencias.	Solicitar explicaciones sobre intervalos de crecimiento y decrecimiento.
Dependencia de fórmulas	Sustituye valores sin interpretar resultados.	Iniciar con problemas contextualizados antes de formalizar expresiones.
Desconexión entre representaciones	No relaciona tabla, gráfica y expresión algebraica.	Proponer conversiones entre registros y justificar cada transformación.
Comprensión limitada de parámetros	No reconoce el efecto de los coeficientes.	Utilizar deslizadores y comparar gráficas con diferentes parámetros.

Nota. Elaboración propia a partir de la literatura revisada.

Estrategias didácticas para desarrollar el razonamiento covariacional

El desarrollo del razonamiento covariacional requiere una enseñanza que integre observación, predicción, representación, explicación y argumentación. En lugar de iniciar siempre con una definición formal, resulta conveniente presentar situaciones en las que los estudiantes identifiquen cantidades relacionadas y formulen explicaciones sobre su comportamiento.

Una estrategia consiste en trabajar con situaciones de movimiento. El docente puede presentar una tabla con el tiempo y la distancia recorrida por un vehículo y solicitar que los estudiantes expliquen cómo cambia la distancia cuando aumenta el tiempo. Posteriormente, pueden construir una gráfica y determinar si la velocidad se mantiene constante.

Otra estrategia se basa en la comparación de funciones. Se pueden presentar dos gráficas que representen diferentes procesos de crecimiento y solicitar que los estudiantes

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

identifiquen cuál presenta una mayor tasa de cambio en determinados intervalos. Esta actividad favorece la interpretación de la pendiente y permite discutir la diferencia entre el valor de una función y su tasa de variación.

También resulta pertinente incorporar problemas relacionados con el contexto económico y social. Por ejemplo, el análisis del consumo de agua, el costo de producción, el crecimiento de una población o la variación de temperatura permite identificar variables y construir modelos matemáticos. El contexto debe aportar significado a las cantidades y no funcionar únicamente como una historia que acompaña un ejercicio algebraico.

Propuesta de secuencia didáctica para Bachillerato

A partir de los resultados de la revisión, se propone una secuencia didáctica que puede desarrollarse en el estudio de funciones lineales y no lineales. La secuencia no corresponde a una intervención experimental validada, sino a una orientación pedagógica derivada de los fundamentos analizados.

Tabla 4

Secuencia didáctica para fortalecer el razonamiento covariacional

Fase	Actividad de aprendizaje	Evidencia esperada
Exploración	Presentar una situación de variación, como la distancia recorrida por un vehículo.	Identificación de las cantidades relacionadas.
Predicción	Solicitar que anticipen qué sucede con una variable cuando aumenta la otra.	Explicación verbal del comportamiento esperado.
Organización	Construir una tabla con valores de ambas variables.	Identificación de correspondencias y patrones.
Representación	Elaborar la gráfica y formular una expresión algebraica.	Relación entre los registros de representación.
Análisis	Comparar incrementos y determinar si la tasa de cambio es constante.	Interpretación de la variación y sus características.
Aplicación	Resolver un problema contextualizado utilizando el modelo construido.	Transferencia del razonamiento a una situación diferente.
Reflexión	Explicar los procedimientos y justificar las conclusiones.	Argumentación matemática y comunicación de resultados.

Nota. Elaboración propia.

La secuencia comienza con una situación comprensible para el estudiante y avanza hacia representaciones más abstractas. La predicción es especialmente importante porque permite conocer las ideas iniciales y detectar interpretaciones incorrectas antes de introducir

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

procedimientos formales.

La fase de análisis debe concentrarse en preguntas que exijan interpretar la relación entre cantidades: ¿qué ocurre cuando aumenta la variable independiente?, ¿la variable dependiente cambia siempre en la misma proporción?, ¿qué representa la pendiente?, ¿en qué se diferencia esta gráfica de otra función? De esta manera, el aprendizaje se orienta hacia la comprensión del comportamiento funcional.

Evaluación del razonamiento covariacional

La evaluación del razonamiento covariacional debe considerar tanto los resultados matemáticos como los procesos de pensamiento que permiten obtenerlos. Una respuesta numéricamente correcta no siempre demuestra que el estudiante comprenda la relación entre las variables. Por ello, es importante incorporar preguntas abiertas, interpretación de gráficas, resolución de problemas y explicaciones escritas u orales.

Bagossi et al. (2022) señalan que la evaluación de la covariación plantea desafíos porque se trata de una forma de conocimiento conceptual que puede manifestarse de diferentes maneras. Su trabajo sobre juicio comparativo muestra la importancia de valorar producciones matemáticas complejas y no depender exclusivamente de puntuaciones asociadas a procedimientos cerrados.

En Bachillerato, se propone considerar los siguientes criterios:

- Identifica correctamente las cantidades y variables de una situación.
- Explica cómo cambia una variable con respecto a otra.
- Reconoce si la tasa de cambio es constante o variable.
- Interpreta información presentada en tablas y gráficas.
- Relaciona la expresión algebraica con el fenómeno representado.
- Justifica sus procedimientos y conclusiones mediante argumentos matemáticos.

La evaluación formativa puede realizarse durante el desarrollo de las actividades, mediante preguntas orientadoras y retroalimentación. Cuando el estudiante interpreta incorrectamente la pendiente o confunde el crecimiento de una función con su tasa de cambio, el docente puede presentar ejemplos contrastantes para que revise su explicación.

DISCUSIÓN

Los resultados de la revisión permiten reconocer que el razonamiento covariacional constituye una dimensión esencial de la comprensión de funciones en Bachillerato. Su importancia radica en que permite interpretar las relaciones funcionales como procesos dinámicos y no únicamente como expresiones algebraicas. Esta perspectiva coincide con los planteamientos de Bagossi et al. (2022), quienes consideran la covariación una forma de comprensión conceptual vinculada con la modelación matemática y la interpretación de fenómenos dinámicos.

Uno de los aspectos más relevantes es la necesidad de superar la enseñanza centrada

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

exclusivamente en procedimientos. La resolución de ejercicios mediante sustitución, factorización o construcción de gráficas sigue siendo importante, pero debe relacionarse con la interpretación de las cantidades involucradas. Altindis (2025) identifica que algunos estudiantes recurren principalmente a estrategias procedimentales y presentan dificultades para distinguir tipos de crecimiento. Este resultado permite advertir que la fluidez algebraica, por sí sola, no garantiza una comprensión flexible del concepto de función.

La coordinación de variables constituye otro componente central. Pittalis y Sajka (2026) identifican capacidades relacionadas con la dirección del cambio, el cálculo de tasas constantes y la identificación de tasas variables. Estos componentes muestran que el razonamiento covariacional requiere integrar interpretaciones cualitativas y cuantitativas. En consecuencia, el estudiante debe comprender tanto si una función aumenta o disminuye como la manera en que se produce esa variación.

Asimismo, la literatura destaca el valor de las representaciones dinámicas y las experiencias de aprendizaje que vinculan acciones con conceptos matemáticos. Wei et al. (2026) evidencian que las actividades digitales con coordinación bimanual y retroalimentación pueden favorecer el desarrollo del razonamiento covariacional. Por su parte, Martínez-Sierra y Villadiego Franco (2025) muestran que las tareas dinámicas apoyadas en GeoGebra pueden contribuir a la comprensión de las funciones trigonométricas, siempre que exista una secuencia de aprendizaje que considere las diferentes trayectorias de los estudiantes.

Estos aportes no implican que la tecnología deba sustituir la mediación docente o los recursos tradicionales. Más bien, sugieren que los entornos digitales adquieren valor cuando se articulan con preguntas matemáticas que orientan la observación y la interpretación. La construcción de una gráfica dinámica debe acompañarse de predicciones, comparaciones y explicaciones para que el estudiante comprenda las relaciones representadas.

En el contexto de Bachillerato ecuatoriano, estos resultados tienen implicaciones para la planificación de Matemática. La enseñanza de funciones puede vincularse con situaciones relacionadas con el consumo de servicios básicos, el movimiento, la producción agrícola, la economía familiar y los fenómenos naturales. Dichas situaciones permiten trabajar con variables que tienen significado para los estudiantes y facilitan la construcción de modelos matemáticos.

No obstante, debe considerarse que la transferencia de resultados obtenidos en otros sistemas educativos hacia Ecuador requiere adaptación. Las investigaciones revisadas aportan fundamentos teóricos y orientaciones didácticas, pero no permiten afirmar que una estrategia específica producirá los mismos resultados en todas las instituciones ecuatorianas. Las condiciones de acceso a tecnología, la preparación docente, los conocimientos previos y las características de los grupos deben considerarse en cualquier aplicación.

Una limitación identificada en la literatura es que las investigaciones sobre

Doi: 10.70577/innovascit.v4i2.370

razonamiento covariacional suelen concentrarse en tareas y contextos particulares. Aunque existen avances en la conceptualización y evaluación de esta capacidad, todavía se requiere ampliar la evidencia sobre su desarrollo en diferentes niveles educativos y contextos culturales. Por ello, sería pertinente desarrollar investigaciones en instituciones de Bachillerato ecuatoriano que permitan analizar cómo los estudiantes interpretan las funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y trigonométricas, y qué dificultades presentan al coordinar sus representaciones. En síntesis, el razonamiento covariacional no debe considerarse un contenido adicional separado del currículo de Matemática, sino una perspectiva que atraviesa el aprendizaje de las funciones. Su incorporación puede favorecer una comprensión más significativa de las relaciones entre variables, siempre que se combine la formalización algebraica con la interpretación gráfica, la modelación y la argumentación.

CONCLUSIONES

El razonamiento covariacional constituye un componente fundamental para fortalecer la comprensión de funciones matemáticas en Bachillerato, debido a que permite interpretar cómo cambian dos cantidades relacionadas y reconocer las características de su comportamiento. Su desarrollo favorece el tránsito desde una visión estática de las funciones hacia una comprensión dinámica, en la que las variables, los incrementos y las tasas de cambio adquieren significado matemático. La revisión permitió identificar que una de las principales dificultades del aprendizaje de funciones se relaciona con la tendencia a priorizar procedimientos algebraicos sin profundizar en la interpretación de las relaciones entre variables. Esta situación puede generar estudiantes capaces de calcular valores y construir gráficas, pero con limitaciones para explicar el comportamiento de una función o interpretar el significado de sus parámetros. Por ello, la enseñanza debe integrar procedimientos, comprensión conceptual y argumentación matemática.

Asimismo, se reconoce que el trabajo con funciones lineales y no lineales debe promover la comparación entre tasas de cambio constantes y variables. La interpretación de la pendiente, el crecimiento cuadrático, la variación exponencial y el comportamiento periódico de las funciones trigonométricas ofrece oportunidades para desarrollar progresivamente el pensamiento funcional. Las herramientas digitales, especialmente los entornos de representación dinámica, pueden contribuir al aprendizaje cuando permiten manipular variables, observar cambios y contrastar predicciones. Sin embargo, su efectividad depende de la planificación didáctica y de la mediación docente. La tecnología debe utilizarse para favorecer la interpretación y el razonamiento, no únicamente para producir gráficas o automatizar cálculos. Finalmente, se concluye que el razonamiento covariacional debe incorporarse de manera transversal en la enseñanza de Matemática en Bachillerato, mediante situaciones contextualizadas, conversiones entre representaciones, análisis de tasas de cambio y actividades de modelación. Para el contexto ecuatoriano, se considera necesario ampliar la

investigación empírica sobre las formas en que los estudiantes comprenden las relaciones funcionales, con el propósito de diseñar propuestas didácticas pertinentes y evaluar su contribución al aprendizaje matemático.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Altindis, N. (2025). Networking theories of quantitative reasoning and mathematical reasoning to explore students' understanding of functions. *The Journal of Mathematical Behavior, 80*, Article 101276. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2025.101276

Bagossi, S. (2024). Second-order covariation: Enlarging the theoretical framework of covariational reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*. Publicación anticipada en línea. https://doi.org/10.1080/10986065.2024.2393889

Bagossi, S., Ferretti, F., & Arzarello, F. (2022). Assessing covariation as a form of conceptual understanding through comparative judgement. *Educational Studies in Mathematics, 111*, 469–492. https://doi.org/10.1007/s10649-022-10178-w

Martínez-Sierra, G., & Villadiego Franco, K. J. (2025). Exploring students' covariational reasoning in sine and cosine functions: A comparison of expected and manifested learning trajectories with dynamic tasks. *The Journal of Mathematical Behavior, 80*, Article 101260. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2025.101260

Pittalis, M., & Sajka, M. (2026). Reasoning abilities in covariational functional thinking: An empirically validated framework for Grade 8–10 students. *International Journal of Science and Mathematics Education, 24*, Article 44. https://doi.org/10.1007/s10763-026-10661-3

Wei, H., Bos, R., & Drijvers, P. (2026). An embodied approach to covariational reasoning: A hand-tracking study. *Educational Studies in Mathematics, 121*, 119–142. https://doi.org/10.1007/s10649-025-10435-8

CONFLICTO DE INTERÉS:

Los autores declaran que no existen conflicto de interés posibles.

FINANCIAMIENTO

No existió asistencia de financiamiento de parte de pares externos al presente artículo.

NOTA:

El articulo no es producto de una publicación anterior